

Deuxième loi de Newton et mouvements dans un champ uniforme

Pourquoi un ballon de basket suit-il toujours une parabole, et comment un écran d'oscilloscope ou un accélérateur de particules « pilote » des électrons ? La même loi explique tout.

Ce que tu vas savoir faire

- Appliquer la deuxième loi de Newton pour trouver l'accélération à partir des forces, ou la somme des forces à partir du mouvement
- Établir les équations horaires et l'équation de la trajectoire d'un projectile en chute libre ; calculer portée et flèche
- Décrire le champ électrique d'un condensateur plan ($E = U/d$) et le mouvement d'une particule chargée (accélération, déviation)
- Expliquer le principe d'un accélérateur linéaire de particules
- Utiliser le théorème de l'énergie cinétique et la conservation de l'énergie mécanique dans un champ uniforme
- Tracer l'évolution des énergies d'un système à partir d'un pointage (Python)

À revoir avant de commencer

- Vecteurs vitesse et accélération, primitives (fiche 9)
- Forces usuelles : poids $P = mg$, réaction, frottements (2de, 1re)
- Principe d'inertie et variation du vecteur vitesse (2de, 1re)
- Travail d'une force, énergies cinétique, potentielle et mécanique (1re)
- Trigonométrie : $\cos$, $\sin$, $\tan$ dans un triangle rectangle

1 Le cours

1. Le centre de masse et le référentiel galiléen

Lance un marteau en le faisant tourner : chaque point du marteau a un mouvement compliqué... sauf un, qui décrit une belle parabole. C'est son **centre de masse**. En mécanique, on étudie le mouvement de ce point particulier.

Définitions – Centre de masse, référentiel galiléen

- Le **centre de masse** G d'un système est le point dont le mouvement est le plus simple : tout se passe comme si toute la masse y était concentrée. Pour un objet homogène possédant un

centre de symétrie (boule, cube), c'est ce **centre**. Il est plus proche des parties les plus lourdes (le marteau : près de la tête) et peut même être **hors de la matière** (anneau, boomerang).

- Un **référentiel galiléen** est un référentiel dans lequel le **principe d'inertie** est vérifié : un système soumis à des forces qui se compensent ($\sum \vec{F} = \vec{0}$) est immobile ou en mouvement rectiligne uniforme.
- Le référentiel **terrestre** est considéré comme galiléen pour des mouvements de courte durée (quelques minutes) ; on utilise le **géocentrique** pour les satellites et l'**héliocentrique** pour les planètes. Un manège qui tourne ou une voiture qui freine ne sont pas galiléens.

2. La deuxième loi de Newton

Loi – Deuxième loi de Newton (principe fondamental de la dynamique)

Dans un référentiel **galiléen**, la somme des forces extérieures appliquées à un système de masse m constante est égale au produit de sa masse par l'accélération de son centre de masse :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

$\vec{F}$ en newtons (N), m en kilogrammes (kg), $\vec{a}_G$ en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$. Forme générale : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ avec $\vec{p} = m \vec{v}_G$ la quantité de mouvement ($\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$).

À bien comprendre

- $\vec{a}_G$ a **toujours la même direction et le même sens** que la somme des forces (mais pas forcément la vitesse !).
- **Équilibre** : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \iff \vec{a}_G = \vec{0} \iff G$ est immobile ou en mouvement rectiligne uniforme (on retrouve le principe d'inertie).

Méthode – Appliquer la deuxième loi de Newton

1. Définir le **système** et le **référentiel** (supposé galiléen).
2. Faire le **bilan des forces** extérieures et les représenter sur un schéma.
3. Écrire la loi **vectorielle** : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$.
4. Choisir un **repère** adapté et **projeter** la relation sur chaque axe (attention aux signes).
5. En déduire $\vec{a}_G$ (forces connues) **ou** une force inconnue (mouvement connu).

Exemple résolu 1 – Du mouvement à la force

Une voiture de 1 200 kg roulant à $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ s'arrête en ligne droite en 5,0 s, avec une décélération constante. Caractériser la somme des forces qui s'exercent sur elle.

Solution

Mouvement rectiligne uniformément ralenti : $a_x = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 25}{5,0} = -5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (axe dans le sens du mouvement). Deuxième loi de Newton : $\sum F_x = m a_x = 1\,200 \times (-5,0) = -6,0 \times 10^3 \text{ N}$. La somme des forces vaut $6,0 \times 10^3 \text{ N}$, horizontale, **opposée au mouvement**.

Exemple résolu 2 – Des forces à l'accélération

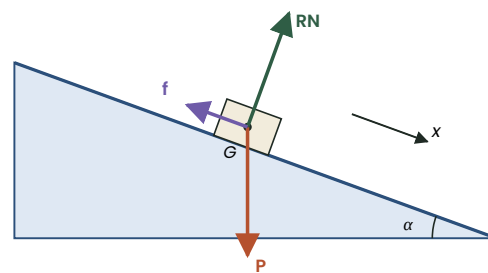
Un skieur ($m = 70 \text{ kg}$) descend une piste rectiligne inclinée de $\alpha = 20^\circ$. Les frottements sont modélisés par une force constante $f = 50 \text{ N}$ opposée au mouvement. Calculer son accélération.

Solution

Système : skieur ; référentiel terrestre (galiléen). Forces : poids $\vec{P}$, réaction normale $\vec{R}_N$, frottements $\vec{f}$. Axe (Ox) parallèle à la pente, vers le bas.

Projection sur (Ox) : $mg \sin \alpha + 0 - f = m a_x$, d'où

$$a_x = g \sin \alpha - \frac{f}{m} = 9,81 \times \sin 20^\circ - \frac{50}{70} \approx 2,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$



Forces sur le skieur ; la composante du poids le long de la pente vaut $P \sin \alpha$.

3. Chute libre dans un champ de pesanteur uniforme

Définitions

Au voisinage de la Terre, sur une zone de petite taille (quelques kilomètres), le champ de pesanteur $\vec{g}$ est **uniforme** : même direction (verticale), même sens (vers le bas), même valeur $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ en tout point. Un système est en **chute libre** s'il n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m \vec{g}$ (frottements de l'air et poussée d'Archimède négligés).

Équations horaires d'un projectile À SAVOIR ÉTABLIR

Situation. Un projectile est lancé à $t = 0$ depuis l'origine O avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale. Repère : (Ox) horizontal, (Oy) vertical **vers le haut**, (Oz) perpendiculaire au plan contenant $\vec{v}_0$ et $\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton (référentiel terrestre galiléen, seul le poids agit) : $m \vec{g} = m \vec{a}_G$, donc $\vec{a}_G = \vec{g}$: l'accélération ne dépend pas de la masse.

Projections et primitives, avec $\vec{v}_0 (v_0 \cos \alpha ; v_0 \sin \alpha ; 0)$ et $\overrightarrow{OG_0} = \vec{0}$:

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_G \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin \alpha \\ v_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

Mouvement plan. $z(t) = 0$ à chaque instant : le mouvement a lieu dans le plan vertical (xOy) qui contient $\vec{v}_0$. Selon x , le mouvement est **uniforme** ; selon y , il est **uniformément varié**.

Trajectoire. On élimine le temps : $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$, que l'on reporte dans $y(t)$:

$$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x$$

C'est l'équation d'une **parabole** (tournée vers le bas). Si le lancer a lieu à la hauteur h , on ajoute simplement $+h$ à $y(t)$ et à $y(x)$.

Flèche et portée (départ et arrivée au sol)

- **Flèche** (hauteur maximale) : au sommet

$$S, v_y = 0, \text{ soit } t_S = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \text{ et}$$

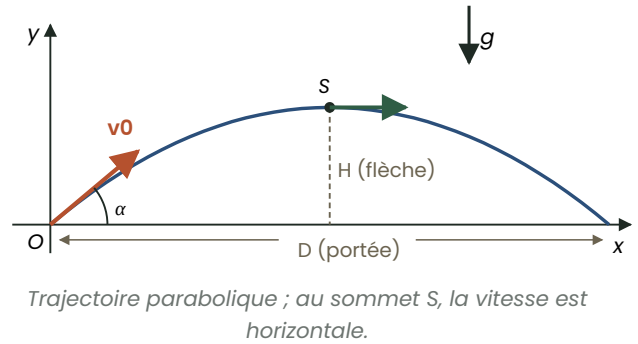
$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

- **Portée** : on résout $y = 0$ avec $x \neq 0$:

$$D = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

maximale pour $\alpha = 45^\circ$.

H et D en m, v_0 en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, g en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Exemple résolu 3 – Un tir au football

Un ballon posé au sol est frappé avec $v_0 = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\alpha = 40^\circ$. On néglige l'action de l'air. Calculer la flèche, la durée du vol et la portée.

Solution

Flèche : $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{15^2 \times \sin^2 40^\circ}{2 \times 9,81} \approx 4,7 \text{ m}$. Sommet atteint à $t_S = \frac{15 \times \sin 40^\circ}{9,81} \approx 0,98 \text{ s}$; par symétrie de la parabole, le vol dure $2t_S \approx 2,0 \text{ s}$.

Portée : $D = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g} = \frac{15^2 \times \sin 80^\circ}{9,81} \approx 23 \text{ m}$. Vérification : $x(2t_S) = 15 \cos 40^\circ \times 1,97 \approx 23 \text{ m}$.

4. Particule chargée dans un champ électrique uniforme

Propriété – Condensateur plan et force électrique

- Deux plaques métalliques parallèles distantes de d , soumises à une tension U , créent entre elles un champ électrique **uniforme** $\vec{E}$: perpendiculaire aux plaques, orienté de la plaque **positive** vers la plaque **négative** (sens des potentiels décroissants), de valeur

$$E = \frac{U}{d} \quad E \text{ en } \text{V} \cdot \text{m}^{-1}, U \text{ en } \text{V}, d \text{ en } \text{m}.$$

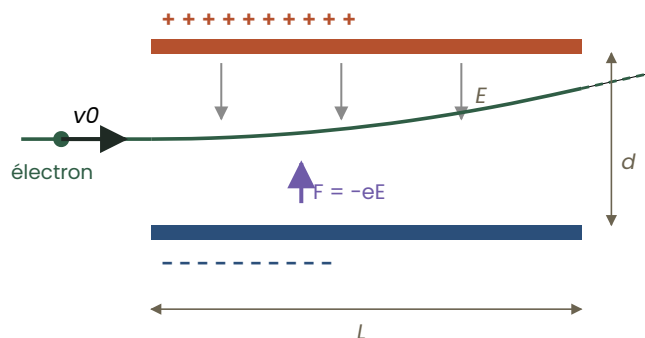
- E est d'autant plus grand que la tension est **grande** et que les plaques sont **proches**.
- Une particule de charge q (en C) y subit la force $\vec{F} = q \vec{E}$: de même sens que $\vec{E}$ si $q > 0$ (proton, ion positif), de sens **opposé** si $q < 0$ (électron : $q = -e$, avec $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$).
- Le poids d'une particule est **négligeable** devant la force électrique : pour un électron ($m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$) dans $E = 1,0 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, $F = eE = 1,6 \times 10^{-15} \text{ N}$ alors que $P = m_e g \approx 8,9 \times 10^{-30} \text{ N}$, environ 10^{14} fois moins. D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{a} = \frac{q \vec{E}}{m}$, vecteur **constant**.

Accélérer : le canon à électrons et l'accélérateur linéaire

Une particule entre avec une vitesse quasi nulle (ou parallèle à $\vec{E}$) par un trou de la plaque A : $\vec{a}$ constant et colinéaire à la vitesse, le mouvement est **rectiligne uniformément accéléré**. Le théorème de l'énergie cinétique (§ 5) donne sa vitesse en sortie :

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = |q|U \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$$

Dans un **accélérateur linéaire**, la particule traverse une succession d'intervalles accélérateurs (entre des tubes alimentés par une tension alternative synchronisée) : elle gagne l'énergie $|q|U$ à chaque passage.



Déviation d'un électron entre les plaques d'un condensateur plan : il est attiré par la plaque positive.

Dévier : particule entrant perpendiculairement à $\vec{E}$ À SAVOIR ÉTABLIR

Un électron entre en O à $t = 0$ avec $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$ horizontal ; $\vec{E} = -E \vec{j}$ (plaque positive en haut, axe (Oy) vers le haut). La deuxième loi de Newton (poids négligé) donne $\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m_e} = \frac{eE}{m_e} \vec{j}$. Par primitives successives :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eE}{m_e} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{eE}{m_e} t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{eE}{2m_e} t^2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{eE}{2m_e v_0^2} x^2$$

La trajectoire est un arc de **parabole** entre les plaques, puis une droite après la sortie (plus de force). C'est le même calcul que pour la chute libre, avec $\frac{eE}{m_e}$ à la place de g . Applications : oscilloscope analogique, spectromètre de masse, imprimante à jet d'encre.

Exemple résolu 4 – Accélérer puis dévier un électron

a) Dans un canon à électrons, des électrons partent sans vitesse et sont accélérés sous $U = 1,0 \text{ kV}$. Calculer leur vitesse de sortie. b) Ils entrent avec $v_0 = 2,0 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ entre deux plaques de longueur $L = 5,0 \text{ cm}$, distantes de $d = 2,0 \text{ cm}$, soumises à $U' = 200 \text{ V}$. Calculer la déviation verticale en sortie.

Solution

$$\text{a) } v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 1,0 \times 10^3}{9,11 \times 10^{-31}}} \approx 1,9 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$\text{b) } E = \frac{U'}{d} = \frac{200}{0,020} = 1,0 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}. \text{ En sortie, } x = L :$$

$$y(L) = \frac{eEL^2}{2m_e v_0^2} = \frac{1,60 \times 10^{-19} \times 1,0 \times 10^4 \times 0,050^2}{2 \times 9,11 \times 10^{-31} \times (2,0 \times 10^7)^2} \approx 5,5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

soit 5,5 mm : inférieur à $d/2 = 10$ mm, l'électron ressort sans toucher la plaque.

5. Aspects énergétiques

Rappels de Première – Travail et énergies

- **Travail d'une force constante** sur un déplacement de A à B : $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos \theta$ (en joules, J ; θ : angle entre $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$). Moteur si $W > 0$, résistant si $W < 0$.
- Poids : $W_{AB}(\vec{P}) = m g (z_A - z_B)$ (axe z vertical vers le haut). Force électrique : $W_{AB}(\vec{F}) = q U_{AB}$ avec $U_{AB} = V_A - V_B$.
- Énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} m v^2$; énergie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = m g z$; énergie mécanique : $E_m = E_c + E_p$ (J, avec m en kg, v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, z en m).

Théorème de l'énergie cinétique et conservation de l'énergie mécanique

Dans un référentiel galiléen, entre deux positions A et B :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \sum W_{AB}(\vec{F}_{\text{ext}})$$

Si seules des forces **conservatives** travaillent (poids, force électrique), l'énergie mécanique se **conserve** : $E_m(A) = E_m(B)$. Sinon (frottements), $\Delta E_m = W_{AB}(\vec{F}_{\text{non cons.}}) < 0$: l'énergie mécanique diminue.

Exemple résolu 5 – Vitesse d'arrivée au sol, sans les équations horaires

Une balle est lancée à $v_0 = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ depuis une hauteur $h = 2,0 \text{ m}$ (chute libre). Avec quelle vitesse touche-t-elle le sol ?

Solution

Seul le poids travaille, donc E_m se conserve (origine des altitudes au sol) : $\frac{1}{2} m v_0^2 + m g h = \frac{1}{2} m v^2 + 0$, d'où

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{15^2 + 2 \times 9,81 \times 2,0} \approx 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Résultat indépendant de la masse et de l'angle de tir ! L'approche énergétique est idéale quand on cherche une **vitesse** sans avoir besoin de la **date**.

Au labo – Étudier une chute libre par vidéo

- **Protocole** : on filme le lancer d'une balle devant un étalon (1 m), caméra fixe et perpendiculaire au plan du mouvement. On pointe le centre de la balle image par image (Tracker, Latis Pro...).
- **Exploitation** : on trace $x(t)$ (droite : v_x constante) et $y(t)$ (parabole). Une modélisation $y = At^2 + Bt + C$ donne $A \approx -\frac{g}{2}$, donc $a_y \approx -9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $a_x \approx 0$: on vérifie $\vec{a} = \vec{g}$.
- **Énergies** : on calcule v (méthode centrée), puis E_c , E_{pp} et E_m à chaque date. E_c et E_{pp} s'échangent, E_m reste constante aux erreurs près (voir « Avec Python ») ; avec un objet léger (balle de ping-pong), E_m diminue à cause des frottements de l'air.

2 Les pièges à éviter

Attention – Les erreurs classiques

- **Croire que $\vec{a}$ (ou $\sum \vec{F}$) a le sens de $\vec{v}$.** Au sommet d'une trajectoire, $\vec{v}$ est horizontal mais $\vec{a} = \vec{g}$ est vertical ! C'est la somme des forces qui donne le sens de $\vec{a}$.
- **Se tromper de signe en projetant.** Avec (Oy) vers le haut, $a_y = -g$; avec (Oy) vers le bas, $a_y = +g$. Toujours préciser l'orientation des axes.
- **Inverser cos et sin.** Si α est mesuré par rapport à l'**horizontale** : $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ et $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$. Et régler la calculatrice en **degrés**.
- **Oublier une force ou le signe de la charge.** Pense à la réaction du support dans le bilan. Et pour un électron, $\vec{F} = -e\vec{E}$ est **opposée** au champ : il est attiré par la plaque positive.
- **Unités :** d en mètres dans $E = U/d$; m en kilogrammes dans $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ (une balle de 58 g : $m = 0,058$ kg) ; kV $\rightarrow$ V.

3 Avec Python

Capacité numérique : représenter l'évolution des énergies d'un système en mouvement dans un champ uniforme. On a pointé une balle de tennis ($m = 58$ g) lancée devant une caméra à 20 images par seconde ($\tau = 0,050$ s).

Python

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
m, g, tau = 0.058, 9.81, 0.050 # masse (kg), g (N/kg), durée entre images (s)
# Pointage vidéo du centre de la balle (en m)
x = np.array([0.000, 0.193, 0.386, 0.579, 0.771, 0.964, 1.157,
              1.350, 1.543, 1.736, 1.928, 2.121, 2.314])
y = np.array([1.000, 1.218, 1.411, 1.579, 1.723, 1.843, 1.937,
              2.008, 2.054, 2.075, 2.072, 2.044, 1.992])
# Vitesse par la méthode centrée (points 1 à 11)
vx, vy = (x[2:] - x[:-2]) / (2*tau), (y[2:] - y[:-2]) / (2*tau)
t = tau * np.arange(1, len(x) - 1) # dates des points 1 à 11
Ec = 0.5 * m * (vx**2 + vy**2) # énergie cinétique (J)
Epp = m * g * y[1:-1] # énergie potentielle (J), z = 0 au sol
Em = Ec + Epp # énergie mécanique (J)
for k in range(0, len(t), 2): # un point sur deux
    print(f"t = {t[k]:.2f} s   Ec = {Ec[k]:.3f} J   Epp = {Epp[k]:.3f} J   Em = {Em[k]:.3f} J")
print(f"Variation relative de Em : {(Em.max() - Em.min()) / Em.mean() * 100:.1f} %")
plt.plot(t, Ec, "o-", label="Ec"); plt.plot(t, Epp, "s-", label="Epp")
plt.plot(t, Em, "^-", label="Em"); plt.xlabel("t (s)"); plt.ylabel("énergie (J)")
plt.legend(); plt.show()
# Résultat affiché :
# t = 0.05 s   Ec = 0.922 J   Epp = 0.693 J   Em = 1.615 J
# t = 0.15 s   Ec = 0.712 J   Epp = 0.898 J   Em = 1.611 J
# t = 0.25 s   Ec = 0.565 J   Epp = 1.049 J   Em = 1.614 J
# t = 0.35 s   Ec = 0.472 J   Epp = 1.143 J   Em = 1.614 J
# t = 0.45 s   Ec = 0.431 J   Epp = 1.181 J   Em = 1.611 J
# t = 0.55 s   Ec = 0.451 J   Epp = 1.163 J   Em = 1.614 J
# Variation relative de Em : 0.3 %
```

Interprétation. Pendant la montée, E_c diminue et E_{pp} augmente d'autant ; après le sommet (vers $t = 0,45$ s), c'est l'inverse. Sur le graphique, la courbe de E_m est une droite horizontale vers 1,61 J : l'énergie

mécanique se conserve (écart de 0,3 %, dû aux arrondis du pointage), ce qui confirme que les frottements de l'air sont négligeables. E_c ne s'annule pas au sommet : il reste la vitesse horizontale v_x .

4 Exercices

Exercice 1 – Le palet de hockey ★

Un palet ($m = 165 \text{ g}$) glisse en ligne droite sur une glace horizontale ; il est lancé à $8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Les frottements sont modélisés par une force constante de valeur $f = 0,10 \text{ N}$.

1. Faire le bilan des forces. Pourquoi la réaction normale et le poids se compensent-ils ?
2. Appliquer la deuxième loi de Newton pour calculer l'accélération du palet. Nature du mouvement ?
3. Calculer la durée et la distance de glissement jusqu'à l'arrêt.

Exercice 2 – Entre les plaques ★

Deux plaques parallèles distantes de $5,0 \text{ cm}$ sont soumises à une tension de $1,5 \text{ kV}$.

Données : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

1. Calculer la valeur du champ électrique entre les plaques. Comment évolue-t-il si on double la distance ?
2. Calculer la force subie par un proton et préciser son sens. La comparer à son poids.

Exercice 3 – Le lancer du poids ★★

Un athlète lâche le poids à $h = 2,10 \text{ m}$ du sol avec $v_0 = 13,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\alpha = 42^\circ$. On néglige l'action de l'air.

1. Établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ (origine au sol, à la verticale du point de lâcher).
2. Calculer la date à laquelle le poids touche le sol, puis la longueur du jet.
3. Calculer, par une méthode énergétique, la vitesse du poids à l'arrivée au sol.

Exercice 4 – La descente à ski ★★

Une skieuse de 70 kg part sans vitesse du haut d'une piste et descend un dénivelé de 40 m .

1. Sans frottements, quelle serait sa vitesse en bas de la piste ?
2. Elle arrive en réalité à $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer la variation de son énergie mécanique. Interpréter.

Exercice 5 – Accélérer des particules ★★

1. Un électron part sans vitesse d'une plaque et est accéléré sous une tension de $5,0 \text{ kV}$. Calculer l'énergie cinétique qu'il gagne, puis sa vitesse finale ($m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$).
2. Un accélérateur linéaire comporte 10 intervalles accélérateurs, chacun soumis à 50 kV au moment du passage d'un proton. Le proton entre avec une vitesse négligeable. Calculer son énergie cinétique finale et sa vitesse ($m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$).
3. Pourquoi utilise-t-on plusieurs étages plutôt qu'une seule tension très élevée ?

Exercice 6 – Type bac : le lancer franc ★★★

Document 1. Lors d'un lancer franc, le ballon ($m = 600 \text{ g}$) quitte les mains du joueur au point A , à la hauteur $h = 2,00 \text{ m}$, avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle $\alpha = 52^\circ$ avec l'horizontale. Le centre du panier C est à la hauteur $H = 3,05 \text{ m}$ et à la distance horizontale $D = 4,20 \text{ m}$ de A .

Document 2. On étudie le mouvement du centre du ballon dans le référentiel terrestre supposé galiléen, en négligeant l'action de l'air. Repère : origine O au sol à la verticale de A , (Ox) horizontal vers le panier, (Oy) vertical vers le haut ; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Montrer, à l'aide de la deuxième loi de Newton, que $\vec{a} = \vec{g}$. Justifier que le mouvement est plan.
2. Établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$, puis l'équation de la trajectoire $y(x)$.
3. Montrer que, pour que le ballon passe par C , il faut $v_0^2 = \frac{g D^2}{2 \cos^2 \alpha (h + D \tan \alpha - H)}$. Calculer v_0 .
4. Calculer la durée du trajet de A à C . Le ballon est-il en train de monter ou de descendre lorsqu'il arrive au panier ?
5. Par une méthode énergétique, calculer la vitesse du ballon en C .
6. Le joueur lance avec $v_0 = 7,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (même angle). À quelle hauteur passe le ballon à la verticale du panier ? Conclure.

5 Teste-toi (QCM)

- 1 Dans un référentiel galiléen, un système soumis à des forces qui se compensent est :
A. forcément immobile **B.** immobile ou en mouvement rectiligne uniforme
C. en mouvement circulaire uniforme **D.** en chute libre
- 2 En chute libre, le vecteur accélération d'un projectile :
A. dépend de sa masse **B.** est nul au sommet
C. est égal à $\vec{g}$ à chaque instant **D.** est tangent à la trajectoire
- 3 Au sommet de la trajectoire d'un projectile, la vitesse est :
A. nulle **B.** verticale **C.** horizontale, égale à $v_0 \cos \alpha$ **D.** égale à v_0
- 4 Un condensateur plan a ses plaques distantes de 4,0 mm sous 12 V. Le champ vaut :
A. $3,0 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ **B.** $48 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ **C.** $3,0 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ **D.** $3,3 \times 10^{-4} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$
- 5 Un électron placé dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ subit une force :
A. de même sens que $\vec{E}$ **B.** de sens opposé à $\vec{E}$ **C.** perpendiculaire à $\vec{E}$ **D.** nulle
- 6 Un objet lâché sans vitesse tombe de 5,0 m en chute libre. Sa vitesse au sol vaut environ :
A. $7,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ **B.** $9,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ **C.** $49 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ **D.** $98 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

L'essentiel à retenir

- 2e loi : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$ (N, kg, $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$).
- Équilibre : $\sum \vec{F} = \vec{0} \iff \vec{a}_G = \vec{0}$ (repos ou MRU).
- Chute libre : $\vec{a} = \vec{g}$; $x = v_0 \cos \alpha t$ et $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t$.
- Parabole : $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$.
- Flèche $H = v_0^2 \sin^2 \alpha / (2g)$; portée $D = v_0^2 \sin(2\alpha) / g$.
- Condensateur plan : $E = U/d$ ($\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$), de + vers -.
- $\vec{F} = q\vec{E}$, poids négligeable, $\vec{a} = q\vec{E}/m$.
- Accélérée depuis le repos sous U : $v = \sqrt{2|q|U/m}$.
- TEC : $\Delta E_c = \sum W$; $W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$; $W_{AB}(q\vec{E}) = qU_{AB}$.
- $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz$ constante sans frottements ; sinon $\Delta E_m = W(\vec{f}) < 0$.

6 Corrigés

Exercice 1

1. Système : palet, référentiel terrestre (galiléen). Forces : poids $\vec{P}$, réaction normale $\vec{R}_N$, frottements $\vec{f}$ (opposés à la vitesse). Le mouvement est horizontal, donc $a_y = 0$: selon la verticale, $R_N - P = 0$, ces deux forces se compensent.

2. Sur l'axe (Ox) dans le sens du mouvement : $-f = m a_x$, donc $a_x = -\frac{f}{m} = -\frac{0,10}{0,165} \approx -0,61 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Accélération constante et opposée à $\vec{v}$: mouvement **rectiligne uniformément ralenti**.

3. $v(t) = a_x t + v_0 = 0 \iff t = \frac{v_0}{|a_x|} = \frac{8,0}{0,606} \approx 13 \text{ s}$. Distance : $x = \frac{v_0^2}{2|a_x|} = \frac{8,0^2}{2 \times 0,606} \approx 53 \text{ m}$ (relation $v^2 - v_0^2 = 2a_x x$ de la fiche 9).

Exercice 2

1. $E = \frac{U}{d} = \frac{1,5 \times 10^3}{0,050} = 3,0 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. Si d double, E est divisé par 2.

2. $F = eE = 1,60 \times 10^{-19} \times 3,0 \times 10^4 = 4,8 \times 10^{-15} \text{ N}$, de même sens que $\vec{E}$ (de la plaque + vers la plaque -) car $q = +e > 0$. Poids : $P = m_p g = 1,67 \times 10^{-27} \times 9,81 \approx 1,6 \times 10^{-26} \text{ N}$: $F/P \approx 3 \times 10^{11}$, le poids est totalement négligeable.

Exercice 3

1. Deuxième loi de Newton : $\vec{a} = \vec{g}$, donc $a_x = 0$, $a_y = -g$. Avec $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$, $x_0 = 0$, $y_0 = h$: $x(t) = v_0 \cos \alpha t \approx 9,66 t$ et $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t + h \approx -4,905 t^2 + 8,70 t + 2,10$.

2. $y(t) = 0$: $-4,905 t^2 + 8,70 t + 2,10 = 0$. Discriminant $\Delta = 8,70^2 + 4 \times 4,905 \times 2,10 \approx 116,9$; la solution positive est $t = \frac{8,70 + \sqrt{116,9}}{2 \times 4,905} \approx 1,99 \text{ s}$. Longueur du jet : $x = 9,66 \times 1,99 \approx 19,2 \text{ m}$.

3. Seul le poids travaille : E_m se conserve. $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$ donc $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{13,0^2 + 2 \times 9,81 \times 2,10} \approx 14,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Exercice 4

1. Sans frottements, E_m se conserve (la réaction normale, perpendiculaire au déplacement, ne travaille pas) : $mg\Delta h = \frac{1}{2}mv^2$, donc $v = \sqrt{2g\Delta h} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 40} \approx 28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp} = \frac{1}{2} \times 70 \times 20^2 - 70 \times 9,81 \times 40 = 14\,000 - 27\,468 \approx -1,3 \times 10^4 \text{ J}$. L'énergie mécanique diminue : c'est le travail (résistant) des frottements de la neige et de l'air, converti en énergie thermique.

Exercice 5

1. TEC : $\Delta E_c = W = eU = 1,60 \times 10^{-19} \times 5,0 \times 10^3 = 8,0 \times 10^{-16} \text{ J}$. $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 8,0 \times 10^{-16}}{9,11 \times 10^{-31}}} \approx 4,2 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
2. À chaque intervalle, le proton gagne eU : $E_c = 10 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^3 = 8,0 \times 10^{-14} \text{ J}$. $v = \sqrt{\frac{2 \times 8,0 \times 10^{-14}}{1,67 \times 10^{-27}}} \approx 9,8 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
3. Une tension unique de 500 kV est très difficile à produire et à isoler (claquages) ; avec plusieurs étages, on cumule les gains d'énergie avec des tensions plus modestes.

Exercice 6

1. Système : ballon, référentiel terrestre galiléen, action de l'air négligée : seul le poids agit. $m\vec{g} = m\vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$. Comme $\vec{a}$ et $\vec{v}_0$ sont dans le plan vertical (xOy), $a_z = 0$ et $v_{0z} = 0$, d'où $z(t) = 0$: le mouvement est plan.
2. $a_x = 0$, $a_y = -g$; $v_x = v_0 \cos \alpha$, $v_y = -gt + v_0 \sin \alpha$; $x(t) = v_0 \cos \alpha t$, $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t + h$.
Avec $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$: $y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + h$.
3. Le ballon passe par C si $y(D) = H$: $H = -\frac{gD^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + D \tan \alpha + h \iff \frac{gD^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = h + D \tan \alpha - H$, d'où la relation. A.N. : $h + D \tan \alpha - H = 2,00 + 4,20 \times 1,280 - 3,05 \approx 4,33 \text{ m}$; $v_0^2 = \frac{9,81 \times 4,20^2}{2 \times 0,379 \times 4,33} \approx 52,8 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$, donc $v_0 \approx 7,26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
4. $t_C = \frac{D}{v_0 \cos \alpha} = \frac{4,20}{7,26 \times 0,616} \approx 0,94 \text{ s}$. Alors $v_y = -9,81 \times 0,94 + 7,26 \times \sin 52^\circ \approx -3,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} < 0$: le ballon **descend** (il a passé son sommet, atteint à $t_S = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \approx 0,58 \text{ s}$), ce qui est nécessaire pour entrer dans le panier.
5. Conservation de E_m entre A et C : $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgH$, donc $v_C = \sqrt{v_0^2 - 2g(H - h)} = \sqrt{52,8 - 2 \times 9,81 \times 1,05} \approx 5,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
6. $y(D) = -\frac{9,81 \times 4,20^2}{2 \times 7,02^2 \times 0,379} + 4,20 \times 1,280 + 2,00 \approx 2,72 \text{ m}$. Le ballon passe environ 33 cm sous le centre du panier : le lancer est trop court. La trajectoire est très sensible à v_0 !

QCM

1. B : principe d'inertie (équilibre = repos ou MRU).
2. C : seul le poids agit, $m\vec{a} = m\vec{g}$; $\vec{a}$ ne dépend pas de la masse et n'est jamais nul.
3. C : au sommet $v_y = 0$ et $v_x = v_0 \cos \alpha$ reste constant.
4. C : $E = \frac{12}{4,0 \times 10^{-3}} = 3,0 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ (A : d laissé en mm).
5. B : $\vec{F} = -e\vec{E}$.
6. B : $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 5,0} \approx 9,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.