

TERMINALE · SPÉCIALITÉ PHYSIQUE-CHIMIE

Écoulement d'un fluide

Pourquoi un paquebot de 200 000 tonnes flotte-t-il ? Pourquoi le rideau de douche vient-il se coller contre toi ? Et comment un avion mesure-t-il sa vitesse avec un simple petit tube ? Réponses : Archimède, Bernoulli et Venturi.

Ce que tu vas savoir faire

- Utiliser la loi fondamentale de la statique des fluides et l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède
- Expliquer qualitativement l'origine de la poussée d'Archimède et prévoir si un objet flotte
- Calculer un débit volumique et exploiter sa conservation pour déterminer la vitesse d'un fluide
- Exploiter la relation de Bernoulli (fournie) qualitativement puis quantitativement
- Interpréter l'effet Venturi et étudier des applications : vidange d'un réservoir, tube de Pitot, perfusion

À revoir avant de commencer

- Pression, force pressante $F = pS$ et loi fondamentale de la statique des fluides (2de et 1re)
- Masse volumique $\rho = m/V$ et poids $P = mg$
- Énergies cinétique et potentielle de pesanteur (fiche 10)
- Aire d'un disque $S = \pi d^2/4$ et conversions (L, cm², bar)

1 Le cours

Ce que cache un fluide

Un **fluide** (liquide ou gaz) est un milieu qui peut s'écouler et prendre la forme du récipient qui le contient. Au repos, il appuie sur tout ce qu'il touche : c'est la **pression**. Plonge au fond d'une piscine : tes oreilles « sentent » la pression augmenter avec la profondeur. C'est cette différence de pression entre le haut et le bas d'un objet qui le pousse vers le haut (Archimède). Quand le fluide se met en mouvement, pression et vitesse deviennent liées : là où il va plus vite, sa pression baisse (Bernoulli). Toute la fiche repose sur ces deux idées.

1. Pression et statique des fluides (rappels)

Définition – Pression et force pressante

Un fluide au repos exerce sur une surface plane d'aire S une **force pressante** $\vec{F}$ perpendiculaire à la surface, dirigée du fluide vers la surface, de valeur $F = pS$, où p est la **pression** du fluide :

$$p = \frac{F}{S} \quad (p \text{ en pascals Pa, } F \text{ en N, } S \text{ en m}^2; 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}).$$

Autres unités : $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$; pression atmosphérique normale $p_{atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$.

Loi fondamentale de la statique des fluides

Dans un fluide **incompressible** au repos, de masse volumique ρ , pour deux points A et B d'altitudes z_A et z_B (axe Oz vertical **vers le haut**) :

$$p_B - p_A = \rho g (z_A - z_B)$$

p en Pa, ρ en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, z en m. La pression **augmente quand on descend** : environ +1 bar tous les 10 m dans l'eau.

Exemple résolu – Au fond de la piscine

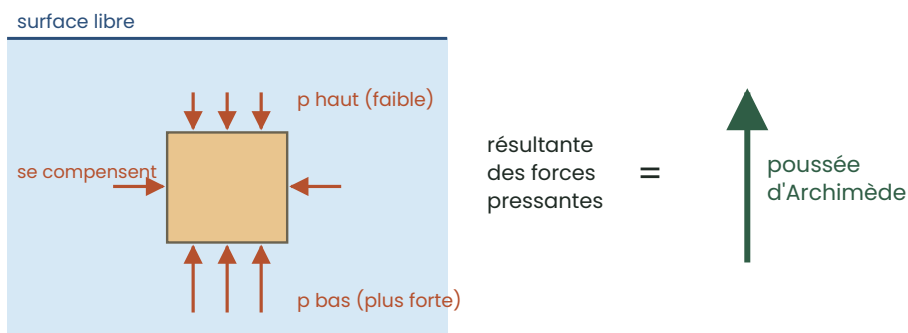
Quelle est la pression au fond d'une piscine de profondeur 3,0 m ? Données : $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $p_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$.

Solution

A à la surface ($p_A = p_{\text{atm}}$), B au fond, $z_A - z_B = 3,0 \text{ m}$: $p_B = p_{\text{atm}} + \rho g (z_A - z_B) = 1,013 \times 10^5 + 1,00 \times 10^3 \times 9,81 \times 3,0 \approx 1,31 \times 10^5 \text{ Pa}$.

La pression au fond vaut environ 1,3 fois la pression atmosphérique.

2. La poussée d'Archimède



Les forces pressantes latérales se compensent ; celles du bas sont plus fortes que celles du haut : leur résultante est verticale, vers le haut.

Explication – L'origine de la poussée d'Archimède À SAVOIR ÉTABLIR

Considérons un pavé de hauteur h et de base d'aire S , totalement immergé dans un liquide de masse volumique ρ_f .

- Sur les faces latérales, les forces pressantes se compensent deux à deux (même profondeur, sens opposés).
- Sur la face du haut, le fluide pousse vers le bas : $F_{\text{haut}} = p_{\text{haut}} S$. Sur la face du bas, il pousse vers le haut : $F_{\text{bas}} = p_{\text{bas}} S$.
- La face du bas est plus profonde de h , donc (statique des fluides) $p_{\text{bas}} - p_{\text{haut}} = \rho_f g h$.

La résultante est verticale, vers le haut, de valeur $F_{\text{bas}} - F_{\text{haut}} = (p_{\text{bas}} - p_{\text{haut}}) S = \rho_f g h S = \rho_f V g$, où $V = hS$ est le volume du pavé. C'est exactement le poids du fluide qui occuperait ce volume : la poussée d'Archimède est une **conséquence de la variation de pression avec la profondeur**.

Loi – Poussée d'Archimède

Tout corps immergé (totalement ou partiellement) dans un fluide au repos subit, de la part de ce fluide, une force appelée **poussée d'Archimède**, verticale, vers le haut, égale à l'opposé du poids du fluide déplacé :

$$\vec{\Pi} = -\rho_f V_{imm} \vec{g} \quad \text{de valeur} \quad \Pi = \rho_f V_{imm} g$$

Π en N, ρ_f masse volumique du **fluide** en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, V_{imm} volume **immergé** du corps en m^3 , g en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Flotter ou couler ?

Pour un corps plein de masse volumique ρ_c entièrement immergé : $P = \rho_c V g$ et $\Pi = \rho_f V g$. S'il est lâché sans vitesse :

- $\rho_c > \rho_f$: $P > \Pi$, il **coule** (une bille d'acier dans l'eau) ;
- $\rho_c < \rho_f$: $P < \Pi$, il **remonte** puis flotte, partiellement immergé, quand $\Pi = P$ (un glaçon, une montgolfière) ;
- $\rho_c = \rho_f$: il reste en équilibre à n'importe quelle profondeur (poisson, sous-marin qui règle ses ballasts).

Un paquebot en acier flotte car sa coque creuse, remplie d'air, déplace un énorme volume d'eau : sa masse volumique **moyenne** est inférieure à celle de l'eau.

Exemple résolu – La partie cachée de l'iceberg

Quelle fraction du volume d'un iceberg est immergée ? Données : $\rho_{glace} = 917 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\rho_{mer} = 1\,025 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Solution

Système : l'iceberg, en équilibre dans le référentiel terrestre. **Forces** : poids $P = \rho_{glace} V g$ et poussée d'Archimède $\Pi = \rho_{mer} V_{imm} g$.

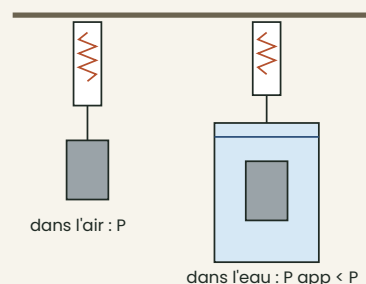
À l'équilibre (1^{re} loi de Newton) : $\Pi = P$, donc $\rho_{mer} V_{imm} g = \rho_{glace} V g$, soit $\frac{V_{imm}}{V} = \frac{\rho_{glace}}{\rho_{mer}} = \frac{917}{1\,025} \approx 0,895$.

Environ **89,5 %** du volume est sous l'eau : seuls 10 % environ dépassent. D'où l'expression « la partie émergée de l'iceberg ».

Au labo – Mesurer une poussée d'Archimède

Protocole : 1) lire le poids P d'un cylindre suspendu à un dynamomètre ; 2) l'immerger totalement dans l'eau d'une éprouvette graduée, sans toucher le fond, et lire le « poids apparent » P_{app} ; 3) $\Pi = P - P_{app}$; 4) lire le volume d'eau déplacé V et comparer Π à $\rho_{eau} V g$.

Variantes : immersion à moitié (Π divisée par deux), plus profond (Π inchangée), eau salée (Π augmente).



3. Écoulement d'un fluide et débit volumique

Définitions – Décrire un écoulement

- Un écoulement est **permanent** (ou stationnaire) si, en chaque point, la vitesse et la pression du fluide ne varient pas au cours du temps (le robinet est ouvert depuis un moment, le niveau varie très lentement...).
- Un fluide est **incompressible** si sa masse volumique est constante : c'est le cas des liquides, et des gaz lorsque les vitesses restent faibles devant celle du son.
- Une **ligne de courant** est une ligne tangente en chaque point au vecteur vitesse du fluide. En régime permanent, c'est la trajectoire des particules de fluide.
- Le **débit volumique** D_v est le volume de fluide qui traverse une section par unité de temps :
$$D_v = \frac{V}{\Delta t} \quad (D_v \text{ en } \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}, V \text{ en } \text{m}^3, \Delta t \text{ en s}).$$

Démonstration – Débit et vitesse : $D_v = S v$ À SAVOIR ÉTABLIR

Un fluide s'écoule à la vitesse v (uniforme sur la section) dans une conduite de section d'aire S . Pendant Δt , le fluide qui traverse la section occupe un cylindre de base S et de longueur $\ell = v \Delta t$, donc de volume $V = S v \Delta t$. D'où $D_v = \frac{V}{\Delta t} = S v$.

Propriété – Conservation du débit volumique

Pour un fluide **incompressible** en écoulement **permanent**, le débit volumique est le même à travers toutes les sections d'une conduite (sans fuite ni dérivation) :

$$D_v = S_1 v_1 = S_2 v_2$$

S en m^2 , v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Justification : le fluide ne peut ni s'accumuler ni se comprimer entre les deux sections ; tout ce qui entre sort. **Conséquence** : quand la section diminue, la vitesse augmente : $v_2 = v_1 S_1 / S_2$. Pour une conduite circulaire, $S = \pi d^2 / 4$, donc $v_2 = v_1 (d_1 / d_2)^2$.

Exemple résolu – Le doigt sur le tuyau d'arrosage

Un seau de 10 L est rempli en 25 s par un tuyau de diamètre intérieur $d_1 = 1,6 \text{ cm}$. On visse ensuite un embout de diamètre $d_2 = 8,0 \text{ mm}$ (même débit). Calculer les vitesses de l'eau.

Solution

Débit : $D_v = \frac{V}{\Delta t} = \frac{10 \times 10^{-3}}{25} = 4,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ (soit 0,40 L/s).

Dans le tuyau : $S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi \times (1,6 \times 10^{-2})^2}{4} \approx 2,01 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, donc $v_1 = \frac{D_v}{S_1} \approx 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Dans l'embout : le diamètre est divisé par 2, la section par 4 : $v_2 = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 = 2,0 \times 4 = 8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. C'est pour cela que le jet porte beaucoup plus loin.

4. La relation de Bernoulli

Relation de Bernoulli (fournie dans les sujets)

Pour un fluide **parfait** (sans frottements internes, c'est-à-dire non visqueux), **incompressible**, en écoulement **permanent**, en tout point d'une même ligne de courant :

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = \text{constante} \quad \text{soit} \quad p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B$$

p en Pa, ρ en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, z en m (axe vertical vers le haut). Chaque terme est homogène à une pression, ou à une énergie par unité de volume ($1 \text{ Pa} = 1 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$).

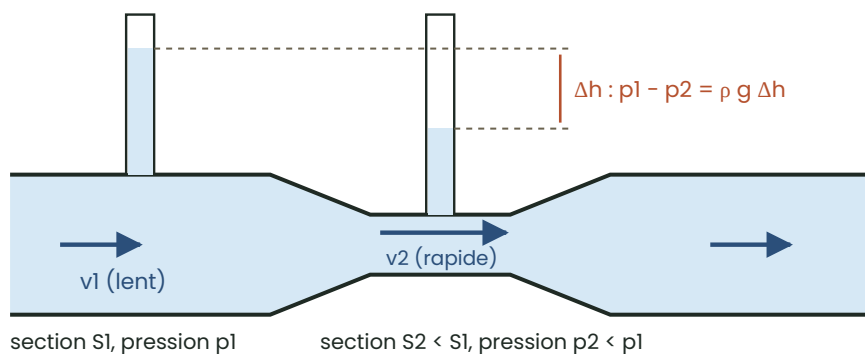
Comprendre la relation

- $\frac{1}{2} \rho v^2$ est l'énergie cinétique par unité de volume, $\rho g z$ l'énergie potentielle de pesanteur par unité de volume : la relation de Bernoulli traduit la **conservation de l'énergie** d'un fluide sans frottements (le terme p représente le travail des forces de pression).
- Si le fluide est au repos ($v_A = v_B = 0$), on retrouve la loi de la statique : $p_B - p_A = \rho g(z_A - z_B)$.
- À même altitude, **là où la vitesse augmente, la pression diminue**.
- Pour un fluide réel (visqueux), l'énergie se dissipe le long de l'écoulement (« pertes de charge ») : la relation n'est alors qu'une approximation.

Méthode – Exploiter la relation de Bernoulli

1. Vérifier les hypothèses : fluide incompressible, supposé parfait, écoulement permanent.
2. Choisir deux points A et B sur une même ligne de courant, là où l'on connaît le plus de grandeurs.
3. Repérer les informations cachées : à la **surface libre** d'un liquide ou dans un **jet à l'air libre**, $p = p_{\text{atm}}$; à la surface d'un grand réservoir, $v \approx 0$ (conservation du débit : $v_A = v_B S/S$, négligeable si $S \gg s$) ; dans une conduite horizontale, $z_A = z_B$.
4. Utiliser si besoin la conservation du débit pour relier v_A et v_B , puis isoler l'inconnue.

5. L'effet Venturi



Tube de Venturi horizontal : dans le rétrécissement, l'eau va plus vite et sa pression baisse ; l'eau monte moins haut dans le tube vertical.

Propriété – Effet Venturi

Dans une conduite horizontale, un rétrécissement ($S_2 < S_1$) provoque une **augmentation de la vitesse** (conservation du débit) et donc une **diminution de la pression** (Bernoulli avec $z_1 = z_2$) :

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) > 0 \quad \text{avec} \quad v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2}.$$

Applications : trompe à eau (aspiration au labo), pulvérisateur de parfum, vaporisateur de peinture, carburateur, débitmètre à Venturi. C'est aussi pourquoi le rideau de douche est « aspiré » : l'air entraîné par l'eau circule plus vite côté douche, la pression y est plus faible.

Exemple résolu – Chute de pression dans un rétrécissement

De l'eau circule à $v_1 = 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans une conduite horizontale de diamètre $d_1 = 4,0 \text{ cm}$, qui se rétrécit à $d_2 = 2,0 \text{ cm}$. Calculer v_2 et la baisse de pression. $\rho = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Solution

Conservation du débit : $v_2 = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 = 1,2 \times \left(\frac{4,0}{2,0} \right)^2 = 4,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

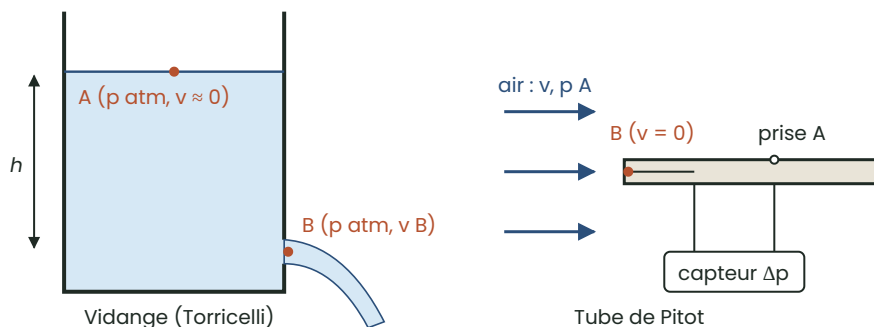
Bernoulli (même altitude) : $p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1,00 \times 10^3 \times (4,8^2 - 1,2^2) \approx 1,1 \times 10^4 \text{ Pa}$.

Avec deux tubes verticaux (figure), la dénivellation serait $\Delta h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \approx 1,1 \text{ m}$.

6. Applications : vidange, tube de Pitot, perfusion

La perfusion : une affaire de hauteur

La poche de perfusion est suspendue au-dessus du bras du patient. Au niveau de l'aiguille, la solution (masse volumique proche de celle de l'eau) est à une pression supérieure à p_{atm} de ρgh : pour $h = 1,0 \text{ m}$, $\rho gh \approx 9,8 \times 10^3 \text{ Pa}$. Pour que le liquide entre dans la veine, cette surpression doit dépasser la pression veineuse (de l'ordre de 1 kPa au-dessus de p_{atm}) : la poche doit être **assez haute**, et plus on la monte, plus le débit augmente. Dans le fin cathéter, les frottements (viscosité) sont importants : Bernoulli ne donne ici qu'une tendance qualitative, le débit réel est réglé par une molette qui pince le tuyau.



À gauche : vidange d'un réservoir par un petit orifice. À droite : tube de Pitot ; le fluide est arrêté en B (point d'arrêt), le capteur mesure $p_B - p_A$.

Exemple résolu – Vitesse de vidange (formule de Torricelli)

Un grand réservoir ouvert se vide par un petit orifice situé à la profondeur h sous la surface libre. Établir la vitesse du jet, puis la calculer pour $h = 1,8$ m.

Solution

Hypothèses : eau incompressible, supposée parfaite, écoulement quasi permanent (le niveau baisse lentement). Ligne de courant de A (surface libre) à B (sortie du jet).

En A : $p_A = p_{atm}$ et $v_A \approx 0$ (la section du réservoir est très grande devant celle de l'orifice). En B : $p_B = p_{atm}$ (jet à l'air libre) et $z_A - z_B = h$.

Bernoulli : $p_{atm} + 0 + \rho g z_A = p_{atm} + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B$, d'où $v_B^2 = 2g(z_A - z_B)$ et $v_B = \sqrt{2gh}$.

A.N. : $v_B = \sqrt{2 \times 9,81 \times 1,8} \approx 5,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: la même vitesse qu'un objet en chute libre de 1,8 m !
Quand le niveau baisse, h diminue, donc la vitesse et le débit diminuent.

Exemple résolu – Le tube de Pitot d'un avion

Un tube de Pitot mesure $p_B - p_A = 3,0$ kPa en vol à basse altitude ($\rho_{air} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$). Quelle est la vitesse de l'avion par rapport à l'air ?

Solution

Dans le référentiel de l'avion, l'air arrive à la vitesse v en A et s'arrête en B, à la même altitude.

Bernoulli : $p_A + \frac{1}{2} \rho v^2 = p_B + 0$, d'où $v = \sqrt{\frac{2(p_B - p_A)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \times 3,0 \times 10^3}{1,2}} \approx 71 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit environ $2,5 \times 10^2 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

L'air est considéré comme incompressible car cette vitesse reste faible devant celle du son, environ $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Au labo – Tester la relation de Bernoulli par une vidange

On perce un trou de diamètre connu à la base d'une bouteille en plastique remplie d'eau (ou d'un vase de Mariotte). On mesure la **hauteur d'eau** h au-dessus du trou et le **débit** (volume recueilli dans une éprouvette pendant quelques secondes). On en déduit la vitesse réelle $v = D_v/s$, que l'on compare à $\sqrt{2gh}$ pour plusieurs hauteurs. On trouve une vitesse un peu plus faible que prévu (contraction du jet, frottements) : c'est la limite du modèle du fluide parfait. On peut aussi mesurer la portée du jet et la comparer à celle d'un projectile lancé horizontalement (fiche 10).

2 Les pièges à éviter

Attention – Les erreurs classiques

- **Prendre la masse volumique du corps dans la poussée d'Archimède.** $\Pi = \rho_{\text{fluide}} V_{\text{immérgé}} g$: c'est le fluide déplacé qui compte, et seulement le volume **immérgé** pour un corps qui flotte.
- **Mal convertir les surfaces et volumes.** $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$, $1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$, $1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3$, $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$.
- **Confondre diamètre et rayon**, ou oublier le carré : si le diamètre est divisé par 2, la section est divisée par 4 et la vitesse multipliée par 4 (et non par 2).

- **Croire que la pression augmente dans un rétrécissement** (« le fluide est serré »). C'est l'inverse : la vitesse augmente et la pression diminue.
- **Utiliser Bernoulli hors de son domaine** : fluide très visqueux (miel, sang dans les capillaires), écoulement non permanent (tourbillons), gaz à grande vitesse, ou deux points qui ne sont pas sur la même ligne de courant.
- **Se tromper de signe dans $\rho g z$** : l'axe Oz est orienté vers le haut ; un point plus profond a un z plus petit et une pression plus grande.

3 Ordres de grandeur et unités

Pas de capacité numérique au programme pour ce chapitre : voici les valeurs à connaître pour juger de la vraisemblance d'un résultat.

Situation	Pression
Air au niveau de la mer	$1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$
Eau à 10 m de fond	$\approx 2 \times 10^5 \text{ Pa}$
Fosse des Mariannes	$\approx 1,1 \times 10^8 \text{ Pa}$
Fluide	$\rho \text{ (kg} \cdot \text{m}^{-3}\text{)}$
Air (20 °C, 1 bar)	1,2
Eau douce	$1,00 \times 10^3$
Eau de mer	$1,025 \times 10^3$
Mercure	$1,36 \times 10^4$

Situation	Débit
Cœur humain au repos	$\approx 5 \text{ L/min}$
Robinet ouvert	0,1 à 0,2 L/s
Seine à Paris	$\approx 300 \text{ m}^3/\text{s}$
Conversion	Valeur
1 bar	10^5 Pa
1 mmHg	$\approx 133 \text{ Pa}$
1 L/min	$\approx 1,67 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$
1 km/h	$1/3,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

4 Exercices

Données : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Exercice 1 – Identifier un métal ★

Un cylindre métallique de volume $V = 250 \text{ cm}^3$ est suspendu à un dynamomètre qui indique 6,60 N dans l'air.

1. Calculer la poussée d'Archimède lorsqu'il est totalement immergé dans l'eau. Qu'indique alors le dynamomètre ?
2. Calculer la masse volumique du métal et l'identifier parmi : aluminium ($2,70 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$), fer ($7,87 \times 10^3$), cuivre ($8,96 \times 10^3$).

Exercice 2 – Remplir une cuve ★

Une cuve de 200 L est remplie en 8,0 min par un tuyau de diamètre intérieur 19 mm.

1. Calculer le débit volumique en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, puis la vitesse de l'eau dans le tuyau.
2. On ajoute une buse de diamètre 6,0 mm. Quelle est la vitesse de l'eau à la sortie ? Quelle hypothèse fait-on ?

Exercice 3 – Débitmètre à Venturi ★★

Un tube de Venturi horizontal (voir figure du cours) a des diamètres $d_1 = 3,0 \text{ cm}$ et $d_2 = 1,5 \text{ cm}$. La dénivellation de l'eau entre les deux tubes verticaux vaut $\Delta h = 15 \text{ cm}$.

1. Dans quel tube l'eau monte-t-elle le plus haut ? Justifier.
2. Montrer que $v_1 = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{(S_1/S_2)^2 - 1}}$, puis calculer v_1 , v_2 et le débit volumique.

Exercice 4 – Vidange d'un tonneau ★★

Un grand tonneau d'eau de pluie, ouvert, possède un robinet de diamètre $1,0 \text{ cm}$ situé 80 cm sous la surface libre.

1. En précisant les hypothèses, établir la vitesse de sortie de l'eau et la calculer.
2. En déduire le débit en $\text{L} \cdot \text{s}^{-1}$.
3. Ce débit reste-t-il constant pendant la vidange ? Justifier.

Exercice 5 – Type bac : l'eau du château d'eau ★★★

Document 1. Dans une commune, la surface libre de l'eau d'un château d'eau (ouvert à l'air libre) se trouve à $H = 45 \text{ m}$ au-dessus du robinet d'une cuisine située au rez-de-chaussée. La conduite principale a un diamètre de 10 cm ; aux heures de pointe, elle transporte un débit de $12 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$.

Document 2. Dans la maison, le tuyau a un diamètre de 16 mm . Robinet grand ouvert, on remplit une bouteille de $1,0 \text{ L}$ en $5,0 \text{ s}$. La section de sortie du robinet vaut $0,50 \text{ cm}^2$.

1. Robinet fermé, l'eau est au repos. Calculer la surpression $p - p_{\text{atm}}$ au niveau du robinet, en pascals puis en bars.
2. Même question pour un robinet situé au 2^e étage, $6,0 \text{ m}$ plus haut. Pourquoi construit-on les châteaux d'eau sur des hauteurs ?
3. Calculer la vitesse de l'eau dans la conduite principale aux heures de pointe.
4. Robinet ouvert : calculer le débit, puis la vitesse de l'eau dans le tuyau de la maison et à la sortie du robinet.
5. En appliquant la relation de Bernoulli entre la surface libre du château d'eau et la sortie du robinet, calculer la vitesse de sortie prévue par le modèle du fluide parfait.
6. Comparer avec la valeur de la question 4. Quelle hypothèse du modèle est mise en défaut ?

5 Teste-toi (QCM)

- 1 La poussée d'Archimède subie par un corps totalement immergé dépend :

A. de la masse du corps	B. de la masse volumique du corps
C. du volume du corps et de la masse volumique du fluide	D. de la profondeur d'immersion
- 2 Le diamètre d'une conduite passe de 6 cm à 2 cm . La vitesse d'un fluide incompressible est multipliée par :

A. 3	B. $1/3$
C. 9	D. $1/9$

- 3 Dans un rétrécissement d'une conduite horizontale, la pression d'un fluide parfait :
- A. augmente
B. diminue
C. reste constante
D. s'annule
- 4 La relation de Bernoulli s'applique à un fluide :
- A. visqueux en écoulement turbulent
B. parfait, incompressible, en écoulement permanent
C. compressible quelconque
D. au repos uniquement
- 5 La vitesse de sortie d'un liquide par un orifice situé 20 cm sous la surface libre d'un grand réservoir vaut environ :
- A. $0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
B. $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
C. $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
D. $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

L'essentiel à retenir

- Pression : $p = F/S$ en Pa ; $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.
- Statique (Oz vers le haut) : $p_B - p_A = \rho g(z_A - z_B)$.
- Poussée d'Archimède (due à la pression plus forte sous le corps) : $\vec{\Pi} = -\rho_f V_{imm} \vec{g}$, $\Pi = \rho_f V_{imm} g$ en N.
- Flotte si $\rho_{corps} < \rho_{fluide}$; à l'équilibre, $\Pi = P$.
- Débit volumique : $D_v = V/\Delta t = S v$ en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.
- Conservation (incompressible, permanent) : $S_1 v_1 = S_2 v_2$.
- Bernoulli (parfait, incompressible, permanent) : $p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = \text{cte}$.
- Venturi : section plus petite $\Rightarrow$ vitesse plus grande $\Rightarrow$ pression plus faible.
- Torricelli : $v = \sqrt{2gh}$; Pitot : $v = \sqrt{2\Delta p/\rho}$.

6 Corrigés

Exercice 1

1. $V = 250 \text{ cm}^3 = 2,50 \times 10^{-4} \text{ m}^3$. $\Pi = \rho_{\text{eau}} V g = 1,00 \times 10^3 \times 2,50 \times 10^{-4} \times 9,81 \approx 2,45 \text{ N}$. Le dynamomètre indique $P - \Pi = 6,60 - 2,45 \approx 4,15 \text{ N}$.

2. $m = \frac{P}{g} = \frac{6,60}{9,81} \approx 0,673 \text{ kg}$, donc $\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,673}{2,50 \times 10^{-4}} \approx 2,69 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$: c'est de l'**aluminium**.

Exercice 2

1. $D_v = \frac{200 \times 10^{-3}}{8,0 \times 60} \approx 4,2 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. $S_1 = \frac{\pi \times (19 \times 10^{-3})^2}{4} \approx 2,84 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, donc $v_1 = \frac{D_v}{S_1} \approx 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. Conservation du débit (eau incompressible, écoulement permanent, même débit) : $v_2 = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 = v_1 \times \left(\frac{19}{6,0} \right)^2 \approx 10 v_1 \approx 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Exercice 3

1. Dans le rétrécissement, la vitesse est plus grande (conservation du débit) donc la pression est plus faible (Bernoulli) : l'eau monte plus haut dans le tube de la **partie large**.

2. Tubes verticaux (statique) : $p_1 - p_2 = \rho g \Delta h$. Bernoulli ($z_1 = z_2$) : $p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$ avec $v_2 = v_1 S_1 / S_2$. D'où $\rho g \Delta h = \frac{1}{2} \rho v_1^2 [(S_1 / S_2)^2 - 1]$, et la formule demandée. Ici $S_1 / S_2 = (d_1 / d_2)^2 = 4$: $v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 9,81 \times 0,15}{16 - 1}} \approx 0,44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_2 = 4 v_1 \approx 1,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $D_v = S_1 v_1 = \frac{\pi \times (3,0 \times 10^{-2})^2}{4} \times 0,443 \approx 3,1 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ (0,31 L/s).

Exercice 4

1. Eau incompressible, parfaite, écoulement quasi permanent ; A à la surface (p_{atm} , $v_A \approx 0$ car tonneau très large), B à la sortie (p_{atm}), $z_A - z_B = h$. Bernoulli donne $v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,80} \approx 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. $D_v = S v_B = \frac{\pi \times (1,0 \times 10^{-2})^2}{4} \times 3,96 \approx 3,1 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, soit 0,31 L · s⁻¹.

3. Non : le niveau baisse, h diminue, donc $v_B = \sqrt{2gh}$ et le débit diminuent au cours de la vidange.

Exercice 5 (type bac)

1. Statique : $p - p_{\text{atm}} = \rho g H = 1,00 \times 10^3 \times 9,81 \times 45 \approx 4,4 \times 10^5 \text{ Pa}$, soit environ 4,4 bar.

2. $p - p_{\text{atm}} = \rho g (H - 6,0) = 1,00 \times 10^3 \times 9,81 \times 39 \approx 3,8 \times 10^5 \text{ Pa}$ (3,8 bar). La pression disponible au robinet est proportionnelle à la hauteur d'eau au-dessus de lui : on place les châteaux d'eau en hauteur pour alimenter les étages avec une pression suffisante, sans pompe.

3. $S = \frac{\pi \times 0,10^2}{4} \approx 7,85 \times 10^{-3} \text{ m}^2$; $v = \frac{D_v}{S} = \frac{12 \times 10^{-3}}{7,85 \times 10^{-3}} \approx 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$4. D_v = \frac{1,0 \times 10^{-3}}{5,0} = 2,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}. \text{ Tuyau : } S = \frac{\pi \times (16 \times 10^{-3})^2}{4} \approx 2,01 \times 10^{-4} \text{ m}^2, v \approx 0,99 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \text{ Sortie : } v_s = \frac{2,0 \times 10^{-4}}{0,50 \times 10^{-4}} = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$5. \text{ Surface libre A } (p_{atm}, v_A \approx 0, z_A = H) \text{ et sortie B } (p_{atm}, z_B = 0) : v_B = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 45} \approx 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

6. La vitesse réelle ($4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) est environ 7 fois plus faible que la prévision : dans des kilomètres de tuyaux, les frottements (viscosité, coudes, robinet...) dissipent l'énergie (pertes de charge). L'hypothèse « fluide parfait » est mise en défaut.

QCM : 1. C ($\Pi = \rho_f V g$, indépendante de la profondeur une fois le corps immergé) · 2. C (section divisée par $3^2 = 9$) · 3. B (effet Venturi) · 4. B · 5. B ($\sqrt{2 \times 9,81 \times 0,20} \approx 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).