

Succession d'épreuves indépendantes et loi binomiale

Tu réponds au hasard à un QCM de 10 questions : quelle est la probabilité d'avoir la moyenne ? Une seule formule suffit pour le savoir... à condition de bien compter les chemins !

Ce que tu vas savoir faire

- Modéliser une succession d'épreuves indépendantes par un univers produit et un arbre
- Reconnaître un schéma de Bernoulli et une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$
- Calculer $P(X = k)$, $P(X \leq k)$, $P(X \geq k)$ à la main et à la calculatrice
- Connaître et interpréter l'espérance np , la variance $np(1 - p)$ et l'écart-type
- Déterminer un intervalle $[a; b]$ tel que $P(a \leq X \leq b) \geq 0,95$
- Démontrer la formule donnant la probabilité de k succès

À revoir avant de commencer

- Probabilités conditionnelles, arbres pondérés, indépendance (1re)
- Variable aléatoire, loi, espérance, variance (1re)
- Coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$ (fiche 10)
- Logarithme népérien pour résoudre $q^n \leq s$ (fiche 6)

1 Le cours

L'idée : enchaîner des expériences qui ne s'influencent pas

Lance une pièce, puis un dé. Le résultat de la pièce ne change rien au dé : les deux épreuves sont **indépendantes**. Une issue de l'expérience complète est un **couple**, par exemple (Pile ; 6), et sa probabilité s'obtient tout simplement en **multipliant** : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$. C'est exactement ce que tu faisais déjà en suivant un chemin dans un arbre.

Définition – Succession d'épreuves indépendantes

On réalise successivement n épreuves indépendantes, d'univers respectifs $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n$. L'univers de l'expérience globale est l'**univers produit** $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_n$: ses issues sont les n -uplets $(x_1; x_2; \dots; x_n)$.

La probabilité d'une issue est le **produit** des probabilités : $P((x_1; \dots; x_n)) = P(x_1) \times P(x_2) \times \dots \times P(x_n)$.

Exemple résolu – Une urne puis un dé

Une urne contient 3 boules rouges et 2 bleues. On tire une boule, puis on lance un dé équilibré à 6 faces. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge et un 6 ? Une boule rouge et un nombre pair ?

Solution

Les deux épreuves sont indépendantes ; $\Omega = \{R; B\} \times \{1; 2; \dots; 6\}$ contient $2 \times 6 = 12$ issues (non équiprobables). $P((R; 6)) = P(R) \times P(6) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{10}$.

« Rouge et pair » regroupe $(R; 2), (R; 4), (R; 6)$: $3 \times \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$, ou directement $\frac{3}{5} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{10}$.

Épreuve et loi de Bernoulli

Définition – Épreuve et loi de Bernoulli

Une **épreuve de Bernoulli** de paramètre $p \in [0; 1]$ est une expérience aléatoire à **deux issues** : le **succès** S , de probabilité p , et l'**échec** E (ou $\overline{S}$), de probabilité $1 - p$.

La variable aléatoire X qui vaut 1 en cas de succès et 0 en cas d'échec suit la **loi de Bernoulli** $\mathcal{B}(p)$: $P(X = 1) = p$ et $P(X = 0) = 1 - p$.

Espérance et variance : $E(X) = p$ et $V(X) = p(1 - p)$. *Preuve* : $E(X) = 0 \times (1 - p) + 1 \times p = p$. Comme $X^2 = X$ (car $0^2 = 0$ et $1^2 = 1$), $E(X^2) = p$, donc $V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = p - p^2 = p(1 - p)$.

Schéma de Bernoulli et loi binomiale

Définition – Schéma de Bernoulli, loi binomiale

Un **schéma de Bernoulli** de paramètres n et p est la répétition de n épreuves de Bernoulli **identiques** (même p) et **indépendantes**.

La variable aléatoire X qui compte le **nombre de succès** obtenus suit la **loi binomiale** de paramètres n et p , notée $\mathcal{B}(n, p)$. Elle prend les valeurs $0, 1, \dots, n$.

Méthode – Justifier qu'une variable suit une loi binomiale

On rédige toujours les **quatre** points : ① on répète une **même épreuve** à deux issues, succès « ... » de probabilité $p = \dots$; ② les répétitions sont **indépendantes** (tirages **avec remise**, ou population assez grande pour assimiler à des tirages avec remise) ; ③ on répète $n = \dots$ fois ; ④ X **compte** le nombre de succès, donc X suit la loi $\mathcal{B}(n, p)$.

Regardons le cas $n = 3$ sur un arbre : chaque chemin correspond à une issue, et sa probabilité est le produit des probabilités lues sur les branches.

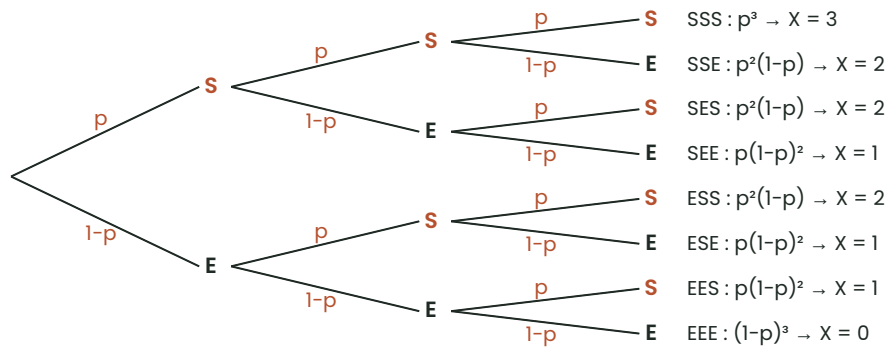


Schéma de Bernoulli pour $n = 3$: les chemins contenant exactement 2 succès sont SSE, SES et ESS.

Trois chemins contiennent exactement 2 succès, chacun de probabilité $p^2(1-p)$. Donc $P(X = 2) = 3p^2(1-p)$. Et 3, c'est justement $\binom{3}{2}$: le nombre de façons de **placer 2 succès parmi 3 positions**. Ceci se généralise.

Théorème – Probabilité de k succès

Si X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$, alors pour tout entier k compris entre 0 et n :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

Démonstration AU PROGRAMME

Une issue du schéma de Bernoulli est une liste de n lettres S ou E (un chemin de l'arbre). L'événement $\{X = k\}$ est formé des listes comportant exactement k lettres S et $n - k$ lettres E .

Probabilité d'une telle liste. Les épreuves étant indépendantes, on multiplie : k facteurs égaux à p et $n - k$ facteurs égaux à $1 - p$. Chaque liste a donc la même probabilité $p^k(1-p)^{n-k}$, **quel que soit l'ordre** des lettres.

Nombre de telles listes. Une liste est entièrement déterminée par l'ensemble des k positions (parmi les n positions $1, 2, \dots, n$) où se trouvent les S . Il y a autant de listes que de parties à k éléments d'un ensemble à n éléments, soit $\binom{n}{k}$.

Conclusion. En additionnant les probabilités de ces $\binom{n}{k}$ issues, toutes égales : $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$.

Exemple résolu – Le QCM au hasard

Un QCM comporte 10 questions ; chacune a 4 réponses dont une seule est juste. Léo répond au hasard à chaque question. On note X le nombre de bonnes réponses.

1. Justifier que X suit une loi binomiale.
2. Calculer $P(X = 3)$, puis $P(X \geq 1)$.
3. À la calculatrice, déterminer la probabilité que Léo ait au moins 5 bonnes réponses.

Solution

1. Chaque question est une épreuve à deux issues : succès « réponse juste », de probabilité $p = \frac{1}{4} = 0,25$. Les réponses sont données au hasard, indépendamment les unes des autres, et on répète $n = 10$ fois. X compte les succès : X suit $\mathcal{B}(10 ; 0,25)$.

$$2. P(X = 3) = \binom{10}{3} \times 0,25^3 \times 0,75^7 = 120 \times 0,25^3 \times 0,75^7 \approx 0,2503.$$

Pour « au moins un », on passe par l'événement contraire « aucune bonne réponse » : $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,75^{10} \approx 0,9437$.

3. $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) \approx 1 - 0,9219 = 0,0781$. Répondre au hasard ne donne la moyenne que dans moins de 8 % des cas !

Calculatrice et probabilités cumulées

Méthode – Calculer avec la calculatrice

On cherche	TI	Casio	NumWorks
$P(X = k)$	binomFdp(n, p, k)	Bpd	appli Probabilités, loi Binomiale
$P(X \leq k)$	binomFRép(n, p, k)	Bcd	

Toutes les autres probabilités se ramènent à $P(X \leq k)$, car X ne prend que des valeurs **entières** :

- $P(X < k) = P(X \leq k - 1)$;
- $P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k - 1)$;
- $P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a - 1)$.

Espérance, variance, écart-type

Propriété – Indicateurs de la loi binomiale

Si X suit la loi $\mathcal{B}(n, p)$:

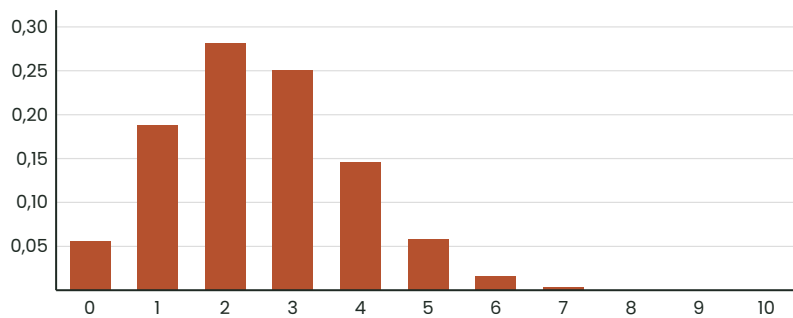
$$E(X) = np, \quad V(X) = np(1 - p), \quad \sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}.$$

La démonstration, qui consiste à écrire X comme une somme de n variables de Bernoulli, est faite dans la fiche 15.

Interprétation. $E(X) = np$ est très intuitif : sur 10 questions avec une chance sur 4, on s'attend « en moyenne » à $10 \times 0,25 = 2,5$ bonnes réponses. L'écart-type $\sigma(X) = \sqrt{10 \times 0,25 \times 0,75} \approx 1,37$ mesure la dispersion autour de cette moyenne.

Représentation graphique

On représente une loi binomiale par un **diagramme en bâtons** : pour chaque valeur k , un bâton de hauteur $P(X = k)$.



Loi binomiale $B(10; 0,25)$: les bâtons se concentrent autour de l'espérance 2,5 ; les valeurs 8, 9, 10 ont des probabilités presque nulles.

Forme du diagramme. Les bâtons les plus hauts se trouvent autour de l'espérance np ; quand n est grand, le diagramme prend une forme de « cloche ». Si $p = 0,5$, il est **symétrique** : $P(X = k) = P(X = n - k)$. Si $p < 0,5$, le sommet est décalé vers les petites valeurs de k ; si $p > 0,5$, vers les grandes.

Problèmes du type « au moins un »

Exemple résolu – Combien de lancers pour être (presque) sûr d'avoir un 6 ?

On lance n fois un dé équilibré. Déterminer le plus petit n tel que la probabilité d'obtenir au moins un 6 soit supérieure ou égale à 0,99.

Solution

Le nombre X de 6 obtenus suit $\mathcal{B}(n; \frac{1}{6})$. $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (\frac{5}{6})^n$.

$1 - (\frac{5}{6})^n \geq 0,99 \iff (\frac{5}{6})^n \leq 0,01 \iff n \ln(\frac{5}{6}) \leq \ln(0,01)$ (la fonction $\ln$ est strictement croissante).

Or $\ln(\frac{5}{6}) < 0$: en divisant, **on change le sens** : $n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(5/6)} \approx 25,26$.

Il faut donc au moins $n = 26$ lancers. (Contrôle : $1 - (5/6)^{25} \approx 0,9895$ et $1 - (5/6)^{26} \approx 0,9913$.)

Intervalle de fluctuation

Quand on répète une expérience, le nombre de succès « fluctue ». Peut-on prévoir entre quelles valeurs il se trouvera dans 95 % des cas ?

Définition – Intervalle de fluctuation au seuil de 95 %

Soit X de loi $\mathcal{B}(n, p)$. Un intervalle $[a; b]$ (avec a, b entiers) tel que $P(a \leq X \leq b) \geq 0,95$ est appelé **intervalle de fluctuation** de X au seuil de 95 %.

Méthode – Construire un intervalle de fluctuation « centré »

On laisse au plus 2,5 % de probabilité de chaque côté, à l'aide du tableau des $P(X \leq k)$:

- a est le **plus petit** entier tel que $P(X \leq a) > 0,025$;
- b est le **plus petit** entier tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$.

Alors $P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a - 1) \geq 0,975 - 0,025 = 0,95$.

Exemple résolu – Un sondage de 100 personnes

Dans une ville, 30 % des habitants utilisent le vélo. On interroge au hasard 100 habitants (population assez grande pour assimiler à des tirages avec remise) ; X est le nombre de cyclistes. Déterminer un intervalle de fluctuation de X au seuil de 95 %.

Solution

X suit $\mathcal{B}(100; 0,3)$. La calculatrice donne :

k	20	21	...	38	39
$P(X \leq k)$	0,0165	0,0288	...	0,9660	0,9790

$P(X \leq 20) \leq 0,025 < P(X \leq 21)$ donc $a = 21$; $P(X \leq 38) < 0,975 \leq P(X \leq 39)$ donc $b = 39$.

Intervalle : $[21; 39]$, avec $P(21 \leq X \leq 39) \approx 0,9790 - 0,0165 = 0,9625 \geq 0,95$.

Utilisation : si, sur 100 personnes interrogées, on trouvait 45 cyclistes (hors de l'intervalle), on pourrait douter de l'affirmation « 30 % », avec un risque de se tromper inférieur à 5 %.

2 Les pièges à éviter

Attention – Les erreurs classiques

- **Utiliser la loi binomiale pour des tirages sans remise** (dans une petite urne) : les épreuves ne sont alors plus indépendantes et p change à chaque tirage.
- **Oublier le coefficient** $\binom{n}{k} \cdot p^k (1-p)^{n-k}$ est la probabilité d'un chemin ; il faut multiplier par le nombre de chemins.
- **Se tromper sur « au moins » / « plus de »**. $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4)$, et non $1 - P(X \leq 5)$; « plus de 5 » signifie $X > 5$, soit $X \geq 6$.
- **Oublier de changer le sens de l'inégalité** en divisant par $\ln q$ avec $0 < q < 1$ (car $\ln q < 0$).
- **Confondre variance et écart-type** : $V(X) = np(1-p)$, $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$.
- **Mal justifier** : écrire « X suit une loi binomiale » sans préciser l'épreuve, le succès, p , n et l'indépendance.

3 Avec Python

Trois algorithmes du programme : calculer $P(X = k)$, simuler une loi binomiale et rechercher un intervalle de fluctuation.

```

from math import comb
from random import random, seed

def proba(n, p, k):
    """P(X = k) pour X qui suit la loi binomiale B(n, p)"""
    return comb(n, k) * p**k * (1 - p)**(n - k)

def simule(n, p):
    """Simule X : nombre de succès en n épreuves de Bernoulli"""
    succes = 0
    for i in range(n):
        if random() < p:      # succès avec probabilité p
            succes = succes + 1
    return succes

def fluctuation(n, p):
    """Plus petit a tel que P(X ≤ a) > 0,025 et
    plus petit b tel que P(X ≤ b) ≥ 0,975"""
    cumul, k = 0, 0
    while cumul + proba(n, p, k) ≤ 0.025:
        cumul = cumul + proba(n, p, k)
        k = k + 1
    a = k
    while cumul + proba(n, p, k) < 0.975:
        cumul = cumul + proba(n, p, k)
        k = k + 1
    b = k
    return a, b

print(round(proba(10, 0.25, 3), 4))    # P(X = 3) pour B(10 ; 0,25)
print(fluctuation(100, 0.3))         # intervalle pour B(100 ; 0,3)
seed(2026)                           # pour retrouver les mêmes tirages
print([simule(10, 0.25) for i in range(12)])

# Affichage obtenu :
# 0.2503
# (21, 39)
# [3, 2, 2, 1, 1, 4, 2, 0, 1, 0, 2, 3]

```

Dans `fluctuation`, la variable `cumul` contient $P(X \leq k - 1)$: on avance tant que la probabilité cumulée n'a pas dépassé le seuil. Sans `seed`, la simulation donne des résultats différents à chaque exécution.

4 Exercices

Exercice 1 ★

Dans chaque cas, dire si X suit une loi binomiale ; si oui, donner ses paramètres.

- Une urne contient 4 boules vertes et 6 noires. On tire successivement **avec remise** 5 boules ; X est le nombre de boules vertes.
- Même urne, mais on tire 5 boules successivement **sans remise** ; X est le nombre de boules vertes.
- On lance un dé équilibré jusqu'à obtenir un 6 ; X est le nombre de lancers effectués.
- Un joueur de basket réussit un lancer franc avec probabilité 0,8, indépendamment des autres. Il tente 12 lancers ; X est le nombre de lancers **manqués**.

Exercice 2 ★

X suit la loi $\mathcal{B}(8; 0,4)$. Calculer, en arrondissant à 10^{-4} : $P(X = 2)$, $P(X \leq 1)$ et $P(X \geq 1)$. Donner $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.

Exercice 3 ★★

Une usine fabrique des ampoules ; chacune est défectueuse avec probabilité 0,02, indépendamment des autres.

1. On prélève 10 ampoules. Quelle est la probabilité qu'aucune ne soit défectueuse ?
2. Combien faut-il prélever d'ampoules, au minimum, pour que la probabilité d'en trouver au moins une défectueuse dépasse 0,5 ?

Exercice 4 ★★

Une pièce est annoncée équilibrée. On la lance 50 fois ; X est le nombre de « Pile ».

1. Quelle est la loi de X ? Donner $E(X)$.
2. À l'aide des valeurs $P(X \leq 17) \approx 0,0164$, $P(X \leq 18) \approx 0,0325$, $P(X \leq 31) \approx 0,9675$ et $P(X \leq 32) \approx 0,9836$, déterminer un intervalle de fluctuation de X au seuil de 95 % par la méthode du cours.
3. Sur 50 lancers, on a obtenu 34 « Pile ». Que peut-on en penser ?

Exercice 5 ★★★ – type bac

Une entreprise fabrique des pièces sur deux machines. La machine A produit 60 % des pièces, dont 3 % sont défectueuses ; la machine B produit le reste, dont 5 % sont défectueuses. On choisit une pièce au hasard ; on note A « la pièce vient de A » et D « la pièce est défectueuse ».

1. Construire un arbre pondéré et montrer que $P(D) = 0,038$.
2. Une pièce est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle vienne de la machine A ? (arrondir à 10^{-3})
3. On prélève 50 pièces dans la production, assez grande pour assimiler ce prélèvement à des tirages avec remise. X est le nombre de pièces défectueuses.
 - a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b. Calculer $P(X = 0)$ et $P(X \leq 2)$ (arrondis à 10^{-4}).
 - c. Calculer $E(X)$ et l'interpréter.
4. Déterminer le plus petit nombre n de pièces à prélever pour que la probabilité d'avoir au moins une pièce défectueuse soit supérieure ou égale à 0,9.

5 Teste-toi (QCM)

1 X suit $\mathcal{B}(5; 0,5)$. Alors $P(X = 5)$ vaut :

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{5}{32}$

C. $\frac{1}{32}$

D. $\frac{1}{10}$

- 2 X suit $\mathcal{B}(20; 0,3)$. L'espérance de X vaut :
- A. 6
B. 4,2
C. 0,3
D. 14
- 3 X suit $\mathcal{B}(20; 0,3)$. La variance de X vaut :
- A. 6
B. 4,2
C. $\sqrt{6}$
D. 0,21
- 4 Quelle variable suit une loi binomiale ?
- A. Le nombre de boules rouges parmi 3 tirées sans remise dans une urne de 5 boules
B. Le nombre de lancers d'une pièce nécessaires pour obtenir « Face »
C. Le nombre de 6 obtenus en lançant 7 fois un dé
D. La somme des faces de deux dés
- 5 Si X suit $\mathcal{B}(n, p)$, alors $P(X \geq 1)$ est égal à :
- A. $1 - p^n$
B. np
C. $(1 - p)^n$
D. $1 - (1 - p)^n$
- 6 Dans la formule $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, le nombre $\binom{n}{k}$ représente :
- A. la probabilité d'un chemin à k succès
B. le nombre de chemins comportant k succès
C. le nombre total de chemins
D. l'espérance de X

L'essentiel à retenir

- Épreuves indépendantes : on **multiplie** les probabilités le long d'un chemin.
- Bernoulli $\mathcal{B}(p)$: $E = p$, $V = p(1 - p)$.
- Schéma de Bernoulli : n épreuves **identiques** et **indépendantes**.
- X = nombre de succès : $X \sim \mathcal{B}(n, p)$.
- $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.
- $E(X) = np$, $V(X) = np(1 - p)$, $\sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$.
- $P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k - 1)$.
- $P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a - 1)$.
- « Au moins un » : $1 - (1 - p)^n$, puis ln (attention au sens !).
- Fluctuation : a = plus petit entier avec $P(X \leq a) > 0,025$, b = plus petit avec $P(X \leq b) \geq 0,975$.

6 Corrigés

Exercice 1

- a. Oui : 5 épreuves identiques et indépendantes (avec remise), succès « verte » de probabilité $\frac{4}{10} = 0,4$. X suit $\mathcal{B}(5; 0,4)$.
- b. Non : sans remise, la composition de l'urne change, les tirages ne sont pas indépendants.
- c. Non : le nombre d'épreuves n'est pas fixé à l'avance, et X ne compte pas des succès.
- d. Oui, en appelant « succès » le fait de **manquer** le lancer, de probabilité $1 - 0,8 = 0,2$: X suit $\mathcal{B}(12; 0,2)$.

Exercice 2

$$P(X = 2) = \binom{8}{2} \times 0,4^2 \times 0,6^6 = 28 \times 0,16 \times 0,046656 \approx 0,2090.$$

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0,6^8 + 8 \times 0,4 \times 0,6^7 \approx 0,0168 + 0,0896 \approx 0,1064.$$

$$P(X \geq 1) = 1 - 0,6^8 \approx 0,9832. \quad E(X) = 8 \times 0,4 = 3,2; V(X) = 3,2 \times 0,6 = 1,92; \sigma(X) = \sqrt{1,92} \approx 1,386.$$

Exercice 3

Le nombre X d'ampoules défectueuses parmi n suit $\mathcal{B}(n; 0,02)$.

1. Avec $n = 10$: $P(X = 0) = 0,98^{10} \approx 0,8171$.

2. $P(X \geq 1) = 1 - 0,98^n \geq 0,5 \iff 0,98^n \leq 0,5 \iff n \ln 0,98 \leq \ln 0,5 \iff n \geq \frac{\ln 0,5}{\ln 0,98} \approx 34,3$ (car $\ln 0,98 < 0$). Il faut au moins **35 ampoules** (contrôle : $1 - 0,98^{34} \approx 0,497$ et $1 - 0,98^{35} \approx 0,507$).

Exercice 4

1. 50 lancers identiques et indépendants, succès « Pile » de probabilité 0,5 : X suit $\mathcal{B}(50; 0,5)$ et $E(X) = 25$.

2. $P(X \leq 17) \leq 0,025 < P(X \leq 18)$, donc $a = 18$; $P(X \leq 31) < 0,975 \leq P(X \leq 32)$, donc $b = 32$.
Intervalle $[18; 32]$, avec $P(18 \leq X \leq 32) \approx 0,9836 - 0,0164 = 0,9672 \geq 0,95$.

3. $34 \notin [18; 32]$: un tel résultat se produit avec une probabilité inférieure à 5 % si la pièce est équilibrée. On peut douter que la pièce soit équilibrée, avec un risque de se tromper inférieur à 5 %.

Exercice 5

1. Arbre : $P(A) = 0,6$, $P_A(D) = 0,03$; $P(\bar{A}) = 0,4$, $P_{\bar{A}}(D) = 0,05$. Formule des probabilités totales :
 $P(D) = 0,6 \times 0,03 + 0,4 \times 0,05 = 0,018 + 0,02 = 0,038$.

$$2. P_D(A) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0,018}{0,038} = \frac{9}{19} \approx 0,474.$$

3. a. On répète 50 fois, de façon indépendante, l'épreuve « prélever une pièce », dont le succès « défectueuse » a pour probabilité 0,038 ; X compte les succès : X suit $\mathcal{B}(50 ; 0,038)$.

b. $P(X = 0) = 0,962^{50} \approx 0,1441$; $P(X \leq 2) \approx 0,1441 + 0,2847 + 0,2755 \approx 0,7043$ (calculatrice : $\text{binomFRép}(50 ; 0,038 ; 2)$).

c. $E(X) = 50 \times 0,038 = 1,9$: sur un grand nombre de prélèvements de 50 pièces, on trouve en moyenne 1,9 pièce défectueuse par prélèvement.

4. $1 - 0,962^n \geq 0,9 \iff 0,962^n \leq 0,1 \iff n \geq \frac{\ln 0,1}{\ln 0,962} \approx 59,4$. Il faut prélever au moins **60 pièces** (contrôle : $1 - 0,962^{59} \approx 0,898$ et $1 - 0,962^{60} \approx 0,902$).

QCM

1. C ($0,5^5 = \frac{1}{32}$) · 2. A ($20 \times 0,3$) · 3. B ($6 \times 0,7$) · 4. C (7 épreuves identiques indépendantes, $p = \frac{1}{6}$) · 5. D (événement contraire de $X = 0$) · 6. B